Решения и критерии проверки декабрьской контрольной по ТРЯП

ФУПМ 2016

Разбалловка

неуд	удовл	хорошо	отлично
$0 \leqslant \Sigma \leqslant 9$	$10 \leqslant \Sigma \leqslant 14$	$15 \leqslant \Sigma \leqslant 20$	$21 \leqslant \Sigma \leqslant 26$
1: 1-6, **2:** 7-9	**3:** 10-12, **4:** 13-14	**5:** 15-16, **6:** 17-18, **7:** 19-20	**8:** 21-22, **9:** 23-24, **10:** 25-26

Задача 1 (4). Является ли грамматика G LR(k)-грамматикой? При положительном ответе на вопрос найти минимальное k и построить соответствующий анализатор.

Критерии.

- Если не доказано, что грамматика G не является LR(0)-грамматикой, то **-1 балл**.
- Небольшие технические ошибки на первом шаге снимают балл, но не влекут обнуления последующих шагов.
- наличие ε-переходов в автомате (анализаторе) – **0 очков** за задачу.

Задача 2 (6).

I	Action	Goto							
		S'	S	L	x	(	)	*	$
0	Shift		1		2	3			
1	Accept								
2	R [S → x]								
3	Shift		5	4	2	3			
4	Shift						6	7	
5	R [L → S]								
6	R [S → (L)]								
7	Shift		8		2	3			
8	R [L → L*S]								

В приведенной ниже конфигурации LR-анализатора в первой компоненте (содержимом магазина) опущены состояния анализатора. В процессе разбора строки $z \in L(G)$ анализатор оказался в конфигурации $\langle\ ((L*, \quad x) * x)\$\ \rangle$.

1. Восстановите состояния анализатора в содержимом магазина.
2. Восстановите любую из возможных строк $z \in L(G)$, разбор которой мог привести к этой конфигурации.
3. С помощью анализатора постройте дерево вывода для восстановленной строки z.

Критерии.

- Разбалловка по пунктам 1.5+3+1.5.
- Бонус за обнаружение опечаток в условии.
- Отсутствие обоснования корректности: **-1** балл к соответсвующему пункту.

План решения.

1. Состояние анализатора в магазине восстанавливается через таблицу Goto. Искомая последовательность состояний является последовательностью состояний при обработке LR(0)-автоматом, заданным таблицей *Goto*, слова $((L*$. Обработка начинается из состояния I_0.

2. Вместо нетерминала L достаточно подставить любое слово, выводимое из нетерминала L. Например, x. В результате получится слово $((x*x)*x)$.

3. Необходимо продемонстрировать работу анализатора на полученном в пункте 2 слове – например, $((x * x) * x)$. И по полученному правому выводу построить дерево разбора.

В качестве обоснования справедливости пунктов **1** и **2** подходит указание искомой конфигурации при демонстрации в пункте **3**.

Другое обоснование корректности пунктов **1-2**. LR-анализатор осуществляет синтаксически управляемый перевод слова, в его правый разбор. При этом, на каждом такте работы анализатора, конкатенация содержимого стека и необработанной части входа является шагом правого вывода. Поэтому, какое бы слово, выводимое из нетерминала L, не было подставлено вместо L, в результате его разбора возникнет описанная конфигурация. При этом, последовательность состояний, опущенных в стеке анализатора, не зависит от входа, в силу алгоритма работы анализатора. А именно, после свёртки по некоторому правилу $A \to \alpha$, переход в состояние определяется таблицей Goto, то есть зависит только от состояния в стеке и нетерминала A, но не зависит от α и слова, выведенного из A, а также необработанной части слова.

Задача 3 $\langle$i$\rangle$ (4). Пусть A и B регулярные языки над алфавитом $\Sigma = \{a, b\}$. Определим язык $L = \{xy \mid x \in A,\ y \in B,\ |x| = |y|\}$. Верно ли, что язык L является КС-языком?

Задача 3 $\langle$ii$\rangle$**.** $L = \{xy \mid x \in A,\ y \in B,\ x = y^R\}$

Задача 3 $\langle$iii$\rangle$**.** $L = \{xy \mid x \in A,\ y \in B,\ |x|_a > |y|_b\}$

Задача 3 $\langle$iv$\rangle$**.** $L = \{xy \mid x \in A,\ y \in B,\ |x| < |y|_b\}$

Критерии. Корректное описание процедуры построения автомата с попытками обоснования корректности, но в итоге без доказательства – не более **2** очков за задачу. Корректность доказана в одну сторону – не более **3** очков за задачу.

Решение. Во всех вариантах ответ «Да». Приведём решение для первого варианта, для остальных вариантов решения аналогичны. Пусть $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ – ДКА, распознающие языки A и B соответственно. Докажем, что для языка L существует МП-автомат $M : L(M) = L$, который устроен следующим образом.

Приведём описание МП-автомата M. Автомат недетерминированно угадывает разделение входного слова на x и y, моделирует работу ДКА $\mathcal{A}$ на входе x и ДКА $\mathcal{B}$ на входе y, при этом при обработке x кладёт символ 1 в стек, а при обработке y извлекает 1. В случае, если автомат достиг маркера дна и входное слово xy обработано, автомат принимает слово.

Корректность. Для любого слова $w \in L$ существует разбиение $w = xy$ с указанными свойствами, которые автомта проверяет по построению. В обратную сторону: если существует ход МП-автомата, на котором входное w разбивается на x и y и МП-автомат переходит в принимающую конфигурацию на w, то по построению автомата $x \in L(\mathcal{A}), y \in L(\mathcal{B})$ и при этом, условие, проверяемое стеком гарантирует, что $|x| = |y|$.

Задача 4 (4). Приведение грамматики в форме Бэкуса-Наура к LL(1)-грамматике

Критерии.

- Корректное описание преобразований [ ] и { } по **0.75 балла**.
- Вычисление FIRST и FOLLOW по **0.75 балла**, если есть пояснения или алгоритм, иначе **0.5** балла за оба вычисления.
- **+1 балл** за обоснование LL(1) — анализатор или критерий.

Задача 5 (3).

5 $\langle$i$\rangle$. LR(1)-грамматика содержит правила $A \to BabA$ и $A \to BaB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \to Ba.bA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \to Ba.B, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \to ., b]$?

5 $\langle$ii$\rangle$. LR(1)-грамматика содержит правила $A \to BabA$ и $A \to BbB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \to Ba.bA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \to Bb.B, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \to ., b]$?

5 $\langle$iii$\rangle$. LR(1)-грамматика содержит правила $A \to BbaA$ и $A \to BbB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \to Bb.aA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \to Ba.B, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \to ., a]$?

5 $\langle$iv$\rangle$. LR(1)-грамматика содержит правила $A \to BabA$ и $A \to BbB$. Известно, что множество I содержит ситуацию $[A \to B.abA, \$]$. Возможно ли, что I содержит также ситуацию $[A \to B.bB, \$]$? Может ли множество I содержать ситуацию $[B \to ., b]$?

Критерии. Разбалловка 2+1.

Решение. 5 $\langle$i$\rangle$. Да, если I содержит ситуацию $[A \to Ba.bA, \$]$, то в состояние I в графе $LR(1)$-автомата есть путь $K \xrightarrow{B} J \xrightarrow{a} I$, при этом множество K содержит ситуацию $[A \to .BabA, \$]$. Ситуации вида $A \to .\alpha, u$ могут оказаться в множестве LR-анализатора только в результате процедуры замыкания, а значит, если грамматика имеет правило $A \to \beta$, то оно также окажется в множестве K. Таким образом, K содержит также и ситуацию $[A \to .BaB, \$]$, но тогда её содержит и множество I, в силу того, что $K \xrightarrow{B} J \xrightarrow{a} I$.

Нет, множество I не может содержать ситуацию $[B \to ., b]$, поскольку в этом случае в I возникал бы конфликт вида Shift-Reduce по символу b.

5 ⟨ii⟩. Нет, если I содержит ситуацию $[A \to Ba.bA, \$]$, то в состояние I в графе $LR(1)$-автомата есть путь $K \xrightarrow{B} J \xrightarrow{a} I$. При этом, поскольку в любое состояние $LR(1)$ автомата переходы могут быть только по одному символу, то в I не может оказаться ситуация $[A \to Bb.B, \$]$, поскольку она может оказаться в состоянии I, только если в некотором состоянии Q была ситуация $[A \to B.bB, \$]$ и при этом в графе $LR(1)$-автомата есть переход $Q \xrightarrow{b} I$.

Нет, множество I не может содержать ситуацию $[B \to ., b]$, поскольку в этом случае в I возникал бы конфликт вида Shift-Reduce по символу b.

5 ⟨iii⟩. Да/Нет аналогично i. **5** ⟨iv⟩. Нет/Нет аналогично ii.

Задача 6 (2).

6 ⟨i⟩. Язык L состоит из всех слов нечётной длины с чётным количеством букв a. Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\exists n \,\forall w \in L,\ |w| > n \,\exists x, u, y, v, z : w = xuyvz, |uv| > 0, \forall i \geqslant 0 \ xu^i yv^i z \in L?$$

6 ⟨ii⟩. Язык L состоит из всех слов чётной длины с нечётным количеством букв b. Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\forall n \,\exists w \in L,\ |w| > n \,\forall x, u, y, v, z : w = xuyvz, |uv| \neq 0, \exists i \geqslant 0 \ xu^i yv^i z \notin L?$$

6 ⟨iii⟩. Язык L состоит из всех слов чётной длины с нечётным количеством букв a. Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\exists n \,\forall w \in L,\ |w| > n \,\exists x, u, y, v, z : w = xuyvz, |uv| > 0, \forall i \geqslant 0 \ xu^i yv^i z \in L?$$

6 ⟨iv⟩. Язык L состоит из всех слов нечётной длины с нечётным количеством букв b. Верно ли, что для языка L выполняется следующее утверждение:

$$\forall n \; \exists w \in L, \; |w| > n \; \forall x, u, y, v, z : w = xuyvz, |uv| \neq 0, \exists i \geqslant 0 \; xu^i y v^i z \notin L?$$

Критерии. Обоснована регулярность языка и есть попытка приложить к решению лемму о накачке для КС-языков – **0,5 балла**.

Решение. Язык L является регулярным во всех вариантах.

6 ⟨i⟩. Да. Сформулированное в кванторах утверждение является ослабленным вариантом леммы о накачке для КС-языков: отсутсвует условие $|uyv| < n$. Поскольку язык L является регулярным, то для него выполняется более сильное утверждение – лемма о накачке для КС-языков. А значит, для него выполняется и более слабое.

6 ⟨ii⟩. Нет. Сформулированное в кванторах утверждение является усилением отрицания леммы о накачке для КС-языков: не накладывается ограничения $|uyv| < n$. Поскольку язык L является регулярным, то для него выполняется лемма о накачке для КС-языков. А значит, для него не выполняется более слабое утверждение – отрицание леммы о накачке. Поскольку из утверждения вопроса следует отрицание леммы о накачке, то утверждение не выполняется для языка L.

6 ⟨iii⟩. Да аналогично i. **6** ⟨iv⟩. Нет аналогично ii.

Задача 7 ⟨i⟩(2). Язык L задан КС-грамматикой $\{\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \to AB, \; A \to aB, \; B \to aAB \mid b\}, S\}$. Постройте МП-автомат, который допускает язык L. **Все элементы автомата должны быть выписаны в явном виде!**

7 ⟨ii⟩. $S \to aB, \; A \to aA \; B \to aBA \mid b$

7 ⟨iii⟩. $S \to BA \mid \varepsilon \; A \to aB, \; B \to aS$, алфавит $\{a\}$.

7 ⟨iv⟩. $S \to aB, \; B \to aA, \; A \to aAB \mid a$

Критерии.

- Если построение использует GN-теорему, а строится F-автомат, то **-1 балл**.

- Функцию переходов допустимо представлять диаграммой или таблицей.

- Не все элементы автомата выписаны в явном виде – **-1 балл**.

Решение. Искомый МП-автомат строится путём использования GN-теоремы – стандартный алгоритм построения N-автомата по грамматике.

Задача 8 (1).

8 $\langle$i$\rangle$. Верно ли, что контекстно-зависимый язык не может иметь в качестве подмножества регулярный язык?

8 $\langle$ii$\rangle$. Верно ли, что контекстно-зависимый язык не может целиком содержаться как подмножество в некотором регулярном языке?

8 $\langle$iii$\rangle$. Верно ли, что язык типа-0 по Хомскому не может иметь в качестве подмножества регулярный язык?

8 $\langle$iv$\rangle$. Верно ли, что язык типа-0 по Хомскому не может целиком содержаться как подмножество в некотором регулярном языке?

Решение. 8 $\langle$i$\rangle$. Неверно, непустой язык содержит в качестве подмножества конечный язык, который является регулярным.

8 $\langle$ii$\rangle$. Неверно, любой язык содержится в качестве подмножества в языке всех слов, который является регулярным.

8 $\langle$iii$\rangle$. Неверно аналогично i. **8** $\langle$iv$\rangle$. Неверно аналогично ii.