ТРЯП-2018/19. Курсовая КР № 1. Вариант 4

Задача 1 (2 балла). Язык L задан регулярным выражением (a | b)*a(ab)*a*

Построить эквивалентный ДКА.

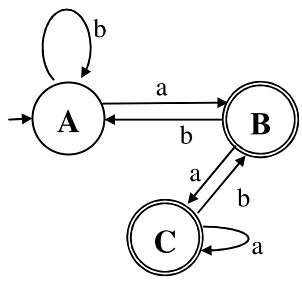
Решение.

Опуская построение дерева вывода, соотв. РВ (что необх. для освоения представления этого дерева при решении задачи на ЭВМ, а потому требуется и на КР), построим Followpos непосредственно, а по нему – ДКА.

$$(\underset{1}{a}\,|\,\underset{2}{b})^*\,\underset{3}{a}\,(\underset{4}{a}\,\underset{5}{b})^*\,\underset{6}{a}^*\,\underset{7}{\#}$$

i	*Followpos* (i)
1	1, 2, 3
2	1, 2, 3
3	4, 6, 7
4	5
5	4, 6, 7
6	6, 7

	a	b
$A^* = \underset{a}{1}, \underset{b}{2}, \underset{a}{3}$	B	A
$B = \underset{a}{1}, \underset{b}{2}, \underset{a}{3}, \underset{a}{4}, \underset{a}{6}, \underset{\#}{7}$	C	A
$C = \underset{a}{1}, \underset{b}{2}, \underset{a}{3}, \underset{a}{4}, \underset{b}{5}, \underset{a}{6}, \underset{\#}{7}$	C	B



Задача 2. Построить ДКА для языка L, если его дополнение ($\overline{L}$) задано грамматикой

({A; B; C; D}; {a; b}; {A → bC | ε | aD; B → aA | bA | bB;

C → aB | aD; D → aD | bD}; A):

Решение.

Для получения дополнения регулярного языка известен алгоритм преобразования полного ДКА в ДКА, задающий $\overline{L}$. Поэтому из нашей грамматики сначала как-то надо получить полный (т.е. всюдоопределённый) ДКА, затем к нему уже применять алгоритм (замены допускающих состояний на недопускающие и обратно).

При внимательном изучении данной ПГ можно заметить два обстоятельства:

А. Грамматика неоднозначна, т.к. имеются правила B → bA | bB, которые при буквальном переводе в КА приведут к НКА.

Б. В грамматике имеется тупиковое состояние D, которое, поскольку оно не принимающее, можно удалить без изменения порождаемого данной ПГ языка.

Таким образом, общие намётки решения следующие:

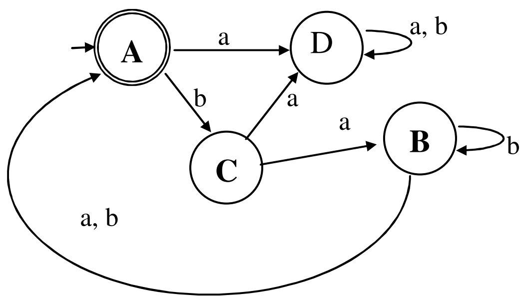
ПГ →НКА → ДКА для $\overline{L}$ → ДКА для L

Если предварительно учесть п. «Б», то трудоёмкость преобразований можно немного сократить (что из 20 студентов выполнил только А.И. Самойленко (778)).

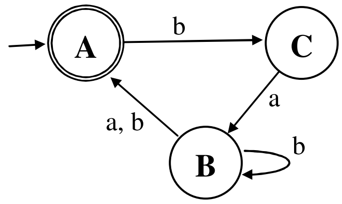
НКА, соотв. ПГ

A → bC | ε | aD; B → aA | bA | bB

C → aB | aD; D → aD | bD



НКА без тупикового состояния:

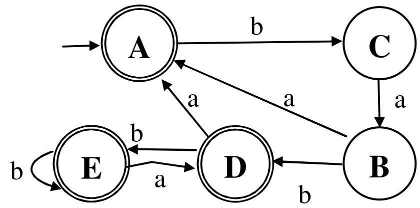


$A \to bC \mid \varepsilon$; $B \to aA \mid bA \mid bB$

$C \to aB$;

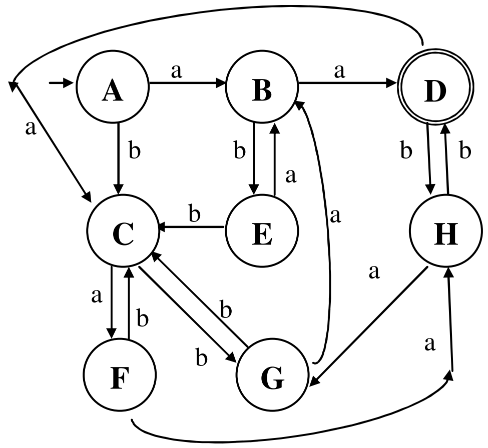
Преобразуем его в ДКА (подчерк $\underline{A}$ здесь обозначает допуск. сост.)

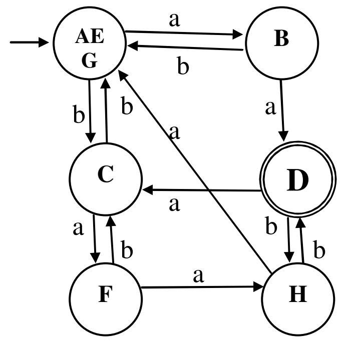
	a	*b*
$\underline{A}$	–	C
C	B	–
B	$\underline{A}$	$\underline{A}B$
$\underline{D} = \underline{A}B$	$\underline{A}$	$\underline{A}BC$
$\underline{E} = \underline{A}BC$	$\underline{A}B$	$\underline{A}BC$



После чего остаётся дополнить полученный ДКА до полного, после чего обратить его состояния и тем самым получить ДКА для *L*.

Задача 3. Для данного ДКА построить всюдуопределённый мин. ДКА.





а. {ABCEFGH} {D} – две группы состояний – не допускающие и допускающее (D).
б. {ACEFG}{B}{D}{H} – из B и H идут переходы в другую группу (D)
в. {AEG}{B}{C}{D}{F}{H} – из C и F идут переходы в другие группы.
Дальше группу {AEG} уже разделить невозможно – это объединённое состояние.

Задача 6. Является ли регулярным язык *L* над алфавитом $\Sigma = \{0, 1, 2, ..., 9\}$, такой, что слово принадлежит *L*, если и только если минимум на некотором отрезке с одинаковыми нечётными цифрами на концах нечётный.

Одно из возможных решений.

Эта задача решается методом частных целей, когда сначала строим решение для какого-либо частного случая языка, а затем изучаем, можно ли подобрать объединение конечного числа подобных частных случаев, в совокупности эквивалентных всему языку. Если удаётся, то задача решена.

А. Попробуем построить все допустимые слова, у которых минимум равен какому-либо конкретному нечётному числу, к примеру, «1».

Перечислим РВ для него:

$\Sigma^* 1\,(1|2|3|\ldots|9)^* 1(1|2|3|\ldots|9)^* 1\Sigma^*$

$\Sigma^* 3\,(1|2|3|\ldots|9)^* 1(1|2|3|\ldots|9)^* 3\Sigma^*$

$\ldots$

$\Sigma^* 9\,(1|2|3|\ldots|9)^* 1(1|2|3|\ldots|9)^* 9\Sigma^*$

Для минимума, равного «3»:

$\Sigma^* 3\,(3|4|\ldots|9)^* 3(3|4|\ldots|9)^* 3\Sigma^*$

$\Sigma^* 5\,(3|4|\ldots|9)^* 3(3|4|\ldots|9)^* 5\Sigma^*$

$\ldots$

$\Sigma^* 9\,(3|4|\ldots|9)^* 3(3|4|\ldots|9)^* 9\Sigma^*$

И так далее до 15-го случая

$\Sigma^* 9\,(9)^* 9\Sigma^*$

Объединив все эти случаи вместе, получим РВ для языка *L*, поскольку каждый из полученных языков для частного случая регулярный, а объединение РЯ – также РЯ.

8. Пересечение регулярного языка *R* с $\overline{L}$ – регул. язык. Следует ли отсюда, что *L* – РЯ?
Ответ. Нет.
Пример.
$R = \{a^n : n \geq 0\}$, $L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$. $R \cap L = \varepsilon$ (РЯ). В тоже время известно, что *L* – не РЯ.

10.
Решение. По определению *L*-эквивалентности объединение всех классов эквивалентности совпадает с множеством всех слов ($\sum^*$) на алфавите данного языка ($\sum$), а минимальный автомат для принятия такого языка содержит единственное состояние (с петлями по всем знакам из $\sum$).

11. В РВ *R* с $\sum = \{a, b\}$ вместо знаков *a* и *b* подставили языки L_a и L_b, в итоге чего получился нерегулярный язык X.

11.1. Могли ли языки L_a и L_b оказаться регулярными?
Ответ. Нет.
Любые допустимые в РВ операции над регулярным языком также приводят к РВ, т.е. X в таком случае будет РЯ – получили противоречие с условием.

11.2. Если L_a и L_b были нерегулярными, мог ли X оказаться РЯ?

Ответ. Да.

Пример (*А. Филатов* (777)). $R = a\,|\,b$; $L_a = \{a^n b^m \mid n \geq m > 0\}$; $L_b = \{a^n b^m \mid 0 < n \leq m\}$

$L_a \mid L_b = \{a^n b^m \mid n, m > 0\}$ – РЯ.

Другой пример. $R = (a\,|\,b)^*$; $L_a = \{a^{2n} b^{2n} \cup a \mid n \geq 0\}$; $L_b = \{a^{2n^2+1} b^{3n-1} \cup b \mid n > 0\}$

$(L_a \mid L_b)^* = (a\,|\,b)^*$ – РЯ (т.е. отдельные нерегулярные цепочки просто «тонут» во множестве всех слов включающего их языка).